Interferenz an dünnen Schichten:

Das **NEWTONSCHE** Farbenglas

Zeichnung: siehe Heft; als optische Achse verstehen wir bei diesem Versuch die durch den Berührradius gegebene Gerade.

Bezeichnungen:

R = Radius der Plankonvex-Linse

d = Dicke der (dünnen) Luftschicht zwischen der konvexen Fläche der Linse und der planparallelen Platte an der Stelle, an der ein Lichtstrahl achsennah und nahezu achsenparallel einfällt; dieser Strahl wird an den die dünne Luftschicht einschließenden Grenzflächen (Glas-Luft, Luft-Glas) reflektiert, so daß im reflektierten Licht zwei Lichtstrahlen 1 und 2 interferieren.
Bemerkung: die Reflexion an den beiden anderen Grenzflächen spielt bzgl. der Interferenz keine Rolle; dazu: **POHLSCHER** Interferenzversuch, folgt am Montag.

$\mathbf{r_k}$ = Radius des k-ten dunklen Rings; $k \in \{0; 1; 2; 3; \ldots\}$

δ = geometrischer Gangunterschied der reflektierten Strahlen 1 und 2

$\mathbf{\Delta s}$ = optischer Gangunterschied der reflektierten Strahlen 1 und 2

λ = Wellenlänge des Lichts

Geometrischer Gangunterschied:

(1) $\delta = 2 \cdot d$

Optischer Gangunterschied:

(2) $\Delta s = \delta + \lambda/2 = 2 \cdot d + \lambda/2$

Welcher experimentelle Befund erzwingt den Schluß, daß der geometrische und der optische Gangunterschied sich unterscheiden? Zu welcher Annahme gelangt man bzgl. des Phasensprungs bei Reflexion an einer Grenzfläche, an der Medien verschiedener optischer Dichte aneinanderstoßen?

Bedingung, daß die reflektierten Strahlen 1 und 2 sich auslöschen:

(3) $\Delta s = (2k + 1) \cdot \lambda/2$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ *(Beachte die Umformulierung!)*

Aufgabe:
Leite eine Beziehung her zur Bestimmung des Radius r_k des k-ten dunklen Rings!

Zeige dazu zunächst:

(4) $r_k^2 \approx 2 \cdot R \cdot d$

Aus (2), (3), (4) ergibt sich die Lösung der gestellten Aufgabe.

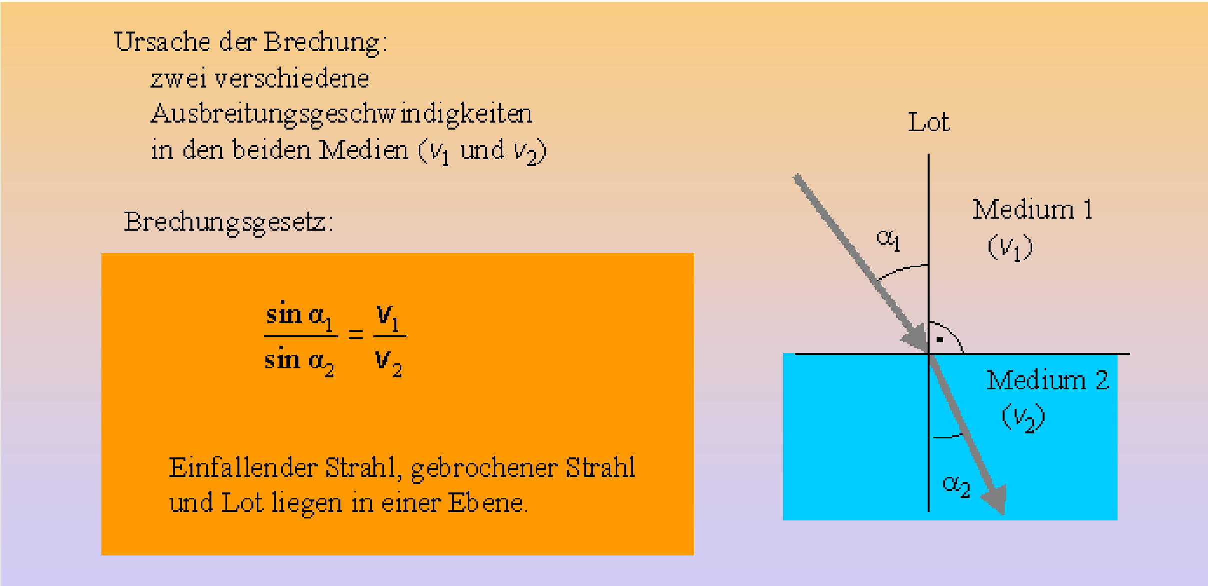
Hintergrundwissen:
Brechungsgesetz von **SNELLIUS**

Gegeben sind zwei Medien, in denen das Licht die Ausbreitungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 hat. Tritt ein Lichtstrahl von dem einen Medium in das andere über, ändert er an der Grenzfläche beider Medien seine Richtung: dieser Vorgang heißt Brechung des Lichts. Der Winkel α_1, den der einfallende Lichtstrahl mit dem Einfallslot bildet, heißt Einfallswinkel; der Winkel α_2, den der gebrochene Lichtstrahl mit dem Einfallslot einschließt, Reflexionswinkel. Dabei heißt dasjenige Medium das optisch dichtere, in welchem der gegen das Einfallslot gemessene Winkel der kleinere ist (und in welchem die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts die kleinere ist).

Brechungsgesetz von Snellius:

1. $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{v_1}{v_2}$

2. Einfallender Lichtstrahl, gebrochener Lichtstrahl und Einfallslot liegen in einer Ebene.



http://leifi.physik.uni-muenchen.de/web_ph09/lesestoff/11snellius/snellius.htm

http://www.schulphysik.de/physik/brechung/brechung.htm

Spezialfall: Eines der Medien ist Vakuum (oder in guter Näherung: Luft) mit

$\mathbf{v_1 = c}$ = Vakuumlichtgeschwindigkeit und $\alpha_1 = \alpha$,

die Geschwindigkeit im (optisch dichteren) Medium (z. B. Glas, Diamant, Glimmer) sei

$\mathbf{v_2 = v}$ mit $\alpha_2 = \beta$.

Dann schreibt sich das Brechungsgesetz in der Form

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \quad \text{mit } \mathbf{v < c} \text{ und folglich } \beta < \alpha .$$

Der Quotient c/v heißt auch Brechzahl **n** des Mediums, in welchem das Licht die Geschwindigkeit v hat; die Brechzahl des Vakuums ist demnach 1, für andere Medien größer als 1.

$$\mathbf{n = c / v} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{c = n \cdot v}$$

Bemerkung:

Die Grundgleichung der Wellenlehre lautet

- im Vakuum: $\mathbf{c} = \lambda\cdot\nu$
- im Medium mit Ausbreitungsgeschwindigkeit v: $\mathbf{v} = \lambda_M\cdot\nu$

Mit n = c/v folgt

$$\lambda / \lambda_M = \mathbf{n} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \mathbf{n} \cdot \lambda_M \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_M = \lambda / \mathbf{n}$$

Die Wellenlänge λ_M im Medium mit der Brechzahl n beträgt somit den n-ten Teil der Wellenlänge λ im Vakuum.

Das Brechungsgesetz folgt auch aus dem **FERMAT**schen Prinzip, gemäß dem ein von Punkt A zu Punkt B verlaufender Lichtstrahl denjenigen Weg nimmt, für welchen die benötigte Zeit minimal wird.
(Eine schöne Anwendung der Differentialrechung! – Wer die Herleitung nicht selbst machen möchte, kann hier nachlesen: http://www.mathe-seiten.de/fermat.pdf)

An der Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Brechzahlen findet nicht nur Brechung, sondern auch Reflexion statt; die Richtung des reflektierten Lichtstrahls ergibt sich aus dem bekannten Reflexionsgesetz:

1. Einfallswinkel = Reflexionswinkel
2. Einfallender Lichtstrahl, reflektierter Lichtstrahl und Lot liegen in einer Ebene.

Die Intensität des reflektierten Lichts hängt wesentlich vom Einfallswinkel α ab: je größer α ist, desto größer ist auch die Intensität des reflektierten Lichts. Selbst für senkrechten Einfall (α = 0) wird noch Licht reflektiert, und zwar gilt für diesen Fall:

$$\text{Reflexionsvermögen} = \mathbf{R} = \frac{\text{reflektierte Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

Diese auf **FRESNEL** (A. Fresnel: 1788 – 1827; Fresnelsche Formeln) zurückgehende Formel gilt bei Reflexion sowohl am optisch dichteren als auch am optisch dünneren Medium; allerdings ist zu beachten, daß bei der Reflexion am optisch dichteren Medium ein Phasensprung von π und somit ein zusätzlicher Gangunterschied von $\lambda/\mathbf{2}$ auftritt.

Beispiele:

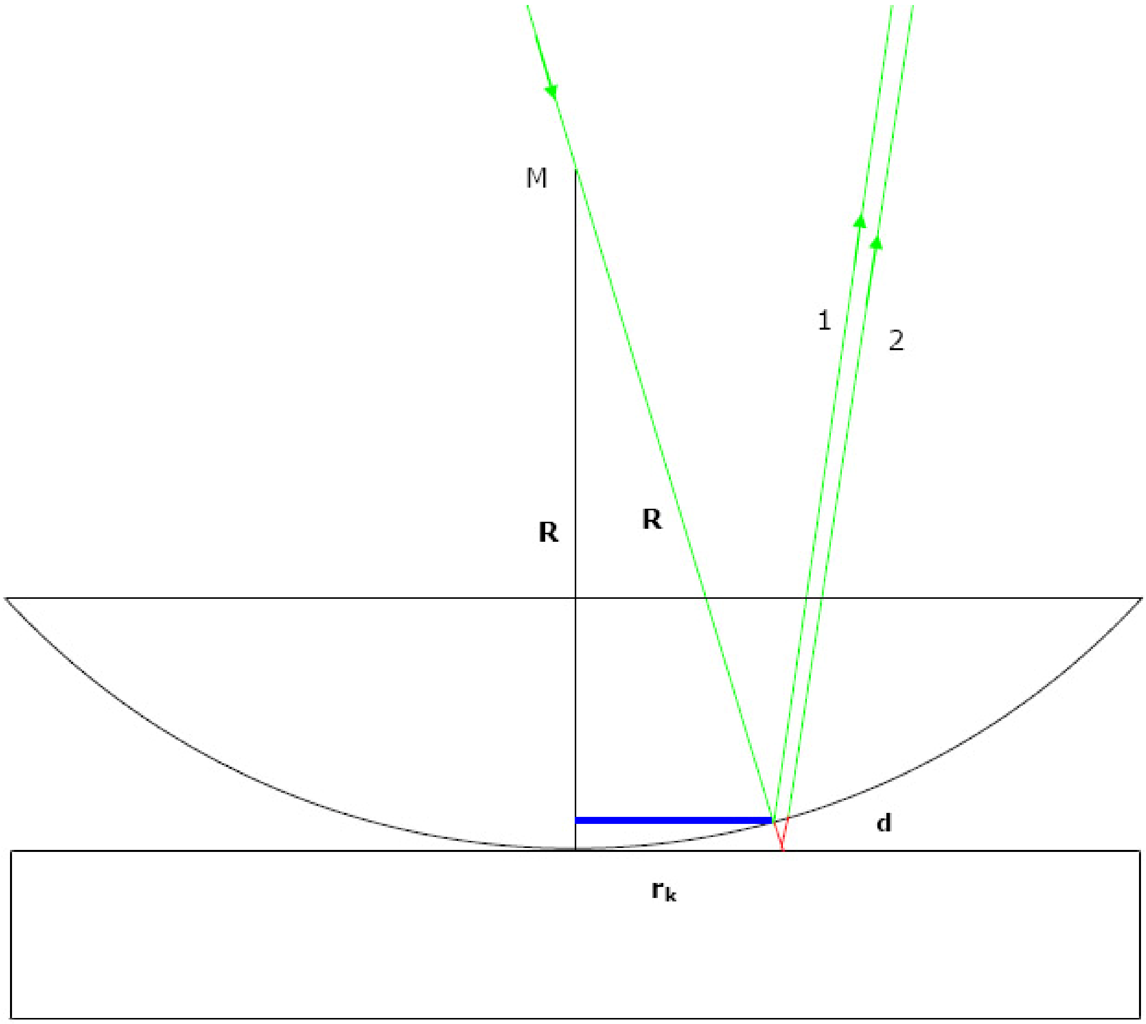
Glas: n = 1,5 $\quad \mathbf{R} = \left(\frac{1,5-1}{1,5+1}\right)^2 = 0,04 = 4\ \%$

Glimmer: n = 4 $\quad \mathbf{R} = \left(\frac{4-1}{4+1}\right)^2 = 0,6^2 = 36\ \%$

Bei einer gewöhnlichen Doppelglasscheibe (unbeschichtet; 4 Grenzflächen) beträgt somit die Transmission **T** bei senkrechtem Lichteinfall:

$$\mathbf{T} = \frac{\text{durchgehende Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}} = 0,96^4 \approx 85\ \%$$

Nun zurück zum Newtonschen Farbenglas:



r_k ist Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks mit der anderen Kathete **R-d** und der Hypotenuse **R**, nach dem Satz des Pythagoras folgt:

$$R^2 = (R - d)^2 + r_k^2 \quad \Leftrightarrow \quad r_k^2 = R^2 - (R - d)^2$$
$$\Leftrightarrow \quad r_k^2 = R^2 - R^2 + 2 \cdot R \cdot d - d^2$$
$$\Leftrightarrow \quad r_k^2 = 2 \cdot R \cdot d - d^2$$

Da d eine sehr kleine Größe ist, läßt sich d^2 erst recht vernachlässigen, und wir erhalten für r_k^2 in sehr guter Näherung:

(5) $$r_k^2 = 2 \cdot R \cdot d$$

Da wir destruktive Interferenz im reflektierten Licht betrachten (mit r_k ist der Radius des k-ten dunklen Rings bezeichnet), folgt aus (2) und (3):

$$2 \cdot d + \lambda/2 = (2k + 1) \cdot \lambda/2 \quad \Leftrightarrow$$

(6) $$2 \cdot d = k \cdot \lambda$$

(5) und (6) implizieren:

$$\mathbf{r_k^2 = R \cdot k \cdot \lambda}$$

siehe auch: *http://www.phywe.de/download/products/0855000d.pdf*