Zeitkomplexität von Algorithmen

Verdeutlichung der O-Notation anhand eines Beispiels
Der Zeitbedarf A(n) von SelectionSort in Abhängigkeit von der Anzahl n der zu verarbeitenden Datenelemente („Problemgröße") wächst quadratisch für große Werte von n:
$A(n) \sim n^2$ für große n.
Man sagt auch: Die Zeitkomplexität von SelectionSort ist von der Ordnung $O(n^2)$.

Algorithmus	**lineare Suche** **Fakultät (rekursiv oder iterativ)**	**binäre Suche auf einer sortierten Menge**	**Selection-Sort** **Insertion-Sort**	**MergeSort**	**Fibonacci-Folge (rekursiv)** **Türme von Hanoi**	**Ackermann-Funktion (rekursiv)**
Komplexität	$O(n)$	$O(\log_2 n)$	$O(n^2)$	$O(n \cdot \log_2 n)$	$O(2^n)$	
Art des Wachstums	linear	logarithmisch	polynomial hier: quadratisch	linear-logarithmisch	exponentiell	hyper-exponentiell

Algorithmen mit polynomialer Komplexität sind bedingt brauchbar, Algorithmen mit exponentieller Komplexität erweisen sich in der Praxis als unbrauchbar.

Rechenzeiten in Abhängigkeit von der Zeitkomplexität des Algorithmus

Annahme:
Für die Verarbeitung des jeweiligen Problems mit minimaler Problemgröße (n = 1) werde ein Zeitbedarf von $1\ \mu s = 10^{-6}$ s angesetzt.

Komplexität	**n = 1**	**n = 100**	**n = 10^3**	**n = 10^4**	**n = 10^6**	**n = 10^9**
$O(n)$	10^{-6} s	10^{-4} s	10^{-3} s	10^{-2} s	1 s	10^3 s ≈ 17 min
$O(\log_2 n)$	10^{-6} s	$7 \cdot 10^{-6}$ s	$10 \cdot 10^{-6}$ s	$13 \cdot 10^{-6}$ s	$20 \cdot 10^{-6}$ s	$30 \cdot 10^{-6}$ s
$O(n \cdot \log_2 n)$	10^{-6} s	$7 \cdot 10^{-4}$ s	10^{-2} s	0,13 s	20 s	30 000 s ≈ 8 h
$O(n^2)$	10^{-6} s	10^{-2} s	1 s	100 s	10^6 s ≈ 12 d	10^{12} s ≈ 31 700 a
$O(2^n)$	10^{-6} s	$1{,}3 \cdot 10^{24}$ s ≈ $4 \cdot 10^{16}$ a	10^{295} s ≈ $3{,}4 \cdot 10^{287}$ a	$2 \cdot 10^{3004}$ s		

Rechenzeit bei exponentieller Zeitkomplexität:

Komplexität	**n = 1**	**n = 10**	**n = 20**	**n = 40**	**n = 50**	**n = 60**
$O(2^n)$	10^{-6} s	0,001 s	1,05 s	$1{,}1 \cdot 10^6$ s ≈ 12,7 d	$1{,}1 \cdot 10^9$ s ≈ 35,7 a	$1{,}2 \cdot 10^{12}$ s ≈ 36 600 a

Alter des Universums: 13,8 Milliarden Jahre = $13{,}8 \cdot 10^9$ a = $4{,}35 \cdot 10^{17}$ s