Lösungen Kursarbeit Informatik 12 04.12.2023

1. a) Eine Funktion ist genau dann rekursiv, wenn deren Funktionsrumpf mindestens einen Aufruf von sich selbst enthält.

   b) 1). Teile die n-elementige Liste in zwei etwa gleichlange Teillisten.
   2). Sortiere die erste Teilliste gemäß den Schritten 1). - 4).
   3). Sortiere die zweite Teilliste gemäß den Schritten 1). - 4).
   4). Mische die sortierten Teillisten zu <u>einer</u> sortierten Liste.

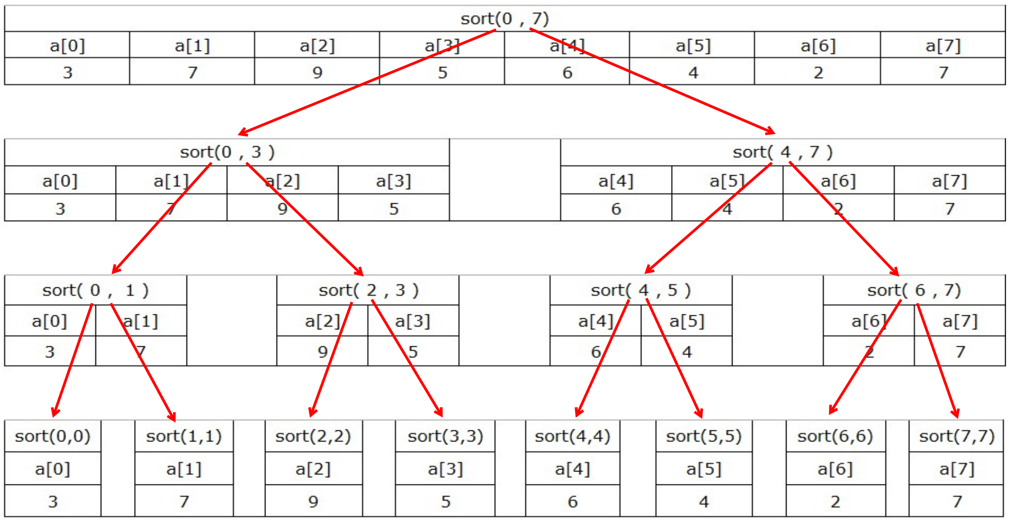
   Innerhalb der Schritte 2). und 3). erfolgt jeweils der Aufruf der Schritte 1). – 4). Da eine aus genau einem Element bestehende Liste als sortiert gilt, ergibt sich aus dieser Vereinbarung die Abbruchbedingung.

   c)
```
def sort(a, l, r):
   if l == r: return
   m = (l + r)//2
   sort(a, l, m)
   sort(a, m + 1, r)
   merge(a, l, m, r)
```

   sort(a,l,r) sortiert die die Liste **a[l], . . . , a[r]**.
   merge(a,l,m,r) mischt die sortierten Listen **a[l], . . , a[m]** und **a[m+1], . . , a[r]** zur der sortierten Liste **a[l], . . . , a[r]**.

   Aufruf: **sort(a, 0, n-1)** oder **sort(a, 0, len(a) - 1)**

   d)



a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]
3	7	9	5	6	4	2	7
merge(0 , 0 , 1)		merge(2 , 2 , 3)		merge(4, 4 , 5)		merge(6 , 6 , 7)	

a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]
3	7	5	9	4	6	2	7
merge(0 , 1 , 3)				merge(4 , 5 , 7)			

a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]
3	5	7	9	2	4	6	7
merge(0 , 3 , 7)							

a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]
2	3	4	5	6	7	7	9

2. a) Duales Distributivgesetz: $\mathbf{a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)}$

Beweis:

a	b	c	b · c	a + b · c	a + b	a + c	(a+b) (a+c)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Da die Spalten zu $\mathbf{a + b \cdot c}$ und $\mathbf{(a + b) \cdot (a + c)}$ übereinstimmen, folgt die Behauptung.

b)
$$\begin{aligned} \bar{a} \cdot b + a + \bar{b} &= (\bar{a} + a) \cdot (b + a) + \bar{b} \\ &= 1 \cdot (b + a) + \bar{b} \\ &= a + b + \bar{b} \\ &= a + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

3. a)
$$z = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot \bar{c}$$

b)
$$\begin{aligned} z &= \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot \bar{c} \\ &= \bar{b} \cdot c \cdot (\bar{a} + a) + b \cdot \bar{c} \cdot (\bar{a} + a) \\ &= \bar{b} \cdot c \cdot 1 + b \cdot \bar{c} \cdot 1 \\ &= \bar{b} \cdot c + b \cdot \bar{c} \\ &= b \oplus c \end{aligned}$$

Distributiv- und Kommutativgesetz

c) trivial

4. b)
$$\begin{aligned} z &= \overline{a \cdot b} + \overline{a + \bar{b}} \\ &= \bar{a} + \bar{b} + \overline{a + \bar{b}} \\ &= \bar{a} + \bar{b} + \bar{a} \cdot b \\ &= \bar{a} \cdot 1 + \bar{a} \cdot b + \bar{b} \\ &= \bar{a} \cdot (1 + b) + \bar{b} \\ &= \bar{a} \cdot 1 + \bar{b} \\ &= \bar{a} + \bar{b} \\ &= \overline{a \cdot b} \end{aligned}$$

c)