Aufgabenblatt Nr. 1 inf12 15.09.2021

1. Überlegungen zur **Komplexität** von Algorithmen:

   Für den Aufwand A(n) und folglich den Zeitbedarf zur Laufzeit des Algorithmus gilt bei

   - SelectionSort: $A(n) \sim n^2$
   - MergeSort: $A(n) \sim n \cdot \log_2(n)$
   - Fibonacci-Folge: $A(n) \sim 2^n$ (bei rekursiver Berechnung)
   - BinarySearch: $A(n) \sim \log_2(n)$

   Entsprechend hat

   - SelectionSort quadratische Komplexität,
   - MergeSort linear-logarithmische Komplexität,
   - die rekursive Berechnung der Fibonacci-Folge exponentielle Komplexität,
   - BinarySearch logarithmische Komplexität.

   Bemerkung:
   Algorithmen mit exponentieller Komplexität erweisen sich in der Praxis als unbrauchbar, da mit wachsender Anzahl n der zu verarbeitenden Datenelemente der Zeitbedarf jeder auch noch so leistungsfähigen Maschine ins unermeßliche wächst.

   Beurteile die Effizienz zur Laufzeit der oben genannten Algorithmen, indem man jeweils den Aufwand $A(10^6)$ in Beziehung setzt zu $A(10^2)$, also den Quotienten $A(10^6)$ / $A(10^2)$ bildet.
   Gib auch den Zeitbedarf für $n=10^6$ an, wenn man für $n=10^2$ jeweils 1 ms (1 ns) als Rechenzeit annimmt.

   Lösung für **SelectionSort**:

   Voraussetzung: $\mathbf{A_S(n) \sim n^2}$

$$\frac{A_S(1000000)}{A_S(100)} = \frac{A_S(10^6)}{A_S(10^2)} = \frac{(10^6)^2}{(10^2)^2} = (10^4)^2 = 10^8$$

$$A_S(10^2)=1ms:$$
$$A_S(10^6)=10^8 \cdot A_S(10^2)=10^8 \cdot 1ms = 10^8 \cdot 10^{-3}s = 10^5 s \approx 28h$$

$$A_S(10^2)=1ns:$$
$$A_S(10^6)=10^8 \cdot A_S(10^2)=10^8 \cdot 1ns = 10^8 \cdot 10^{-9}s = 100ms$$

   Ergebnis: Wenn man die Anzahl n der zu verarbeitenden Datenelemente auf das zehntausendfache vergrößert, wächst der Zeitbedarf des Algorithmus auf das 10^8-fache (100-Millionen-fache) an; falls eine bestimmte Maschine zum Sortieren von 100 Datenelementen 1 ms (1 ns) benötigt, erfordert die Verarbeitung von 1 Million Datenelementen 28 h (0,1 s).

   Bemerkung zur Lösung für **MergeSort**:

   Voraussetzung: $\mathbf{A_M(n) \sim n \cdot \log_2(n)}$

   Hinweis:
   Der Quotient zweier Logarithmen ist unabhängig von der Basis, d. h.

$$\frac{\log_2(u)}{\log_2(v)} = \frac{\log_{10}(u)}{\log_{10}(v)}$$

   mit $u > 0,\ v > 0,\ v \neq 1$. *Beweis: Mathematikunterricht (easy)*