Aufgabenblatt Nr. 8 inf12 27.04.2021

Wiederholungsaufgaben

20. Überlegungen zur **Komplexität** von Algorithmen:

Für den Aufwand A(n) und folglich den Zeitbedarf zur Laufzeit des Algorithmus gilt bei

- SelectionSort: $A(n) \sim n^2$
- MergeSort: $A(n) \sim n \cdot \log_2(n)$
- Fibonacchi-Folge: $A(n) \sim 2^n$ (bei rekursiver Berechnung)
- BinarySearch: $A(n) \sim \log_2(n)$

Entsprechend haben

- SelectionSort quadratische Komplexität,
- MergeSort linear-logarithmische Komplexität,
- die rekursive Berechnung der Fibonacchi-Folge exponentielle Komplexität,
- BinarySearch logarithmische Komplexität.

Vergleiche die Algorithmen SelectionSort, MergeSort und BinarySearch hinsichtlich ihrer Effizienz zur Laufzeit, indem man jeweils eine Anzahl n der zu verarbeitenden Datenelemente auf das 1000-fache erhöht.

Wähle n = 100 und bilde jeweils den Quotienten $A(1000 \cdot n)/A(n)$.

Lösung zu Nr. 20:

SelectionSort: $\mathbf{A_S(n) \sim n^2}$

$$\frac{A_S(100000)}{A_S(100)} = \frac{A_S(10^5)}{A_S(10^2)} = \frac{(10^5)^2}{(10^2)^2} = (10^3)^2 = 10^6$$

MergeSort: $\mathbf{A_M(n) \sim n \cdot \log_2(n)}$

$$\frac{A_M(10^5)}{A_M(10^2)} = \frac{10^5 \cdot \log_2(10^5)}{10^2 \cdot \log_2(10^2)} = 10^3 \cdot \frac{\log_2(10^5)}{\log_2(10^2)} = 10^3 \cdot \frac{\log_{10}(10^5)}{\log_{10}(10^2)} = 10^3 \cdot \frac{5}{2} = 2500$$

BinarySearch: $\mathbf{A_B(n) \sim \log_2(n)}$

$$\frac{A_B(10^5)}{A_B(10^2)} = \frac{\log_2(10^5)}{\log_2(10^2)} = \frac{\log_{10}(10^5)}{\log_{10}(10^2)} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Der zeitliche Aufwand, um jeweils 100000 Datenelemente zu verarbeiten, steigt bei

SelectionSort auf das 1 Million-fache,
MergeSort auf das 2500-fache,
BinarySearch auf das 2,5-fache

desjenigen Aufwands, der erforderlich wäre, um 100 Datenelemente zu verarbeiten.

Bemerkung: Bei den numerischen Umformungen wurde benutzt, daß der Quotient zweier Logarithmen unabhängig von der Basis ist, d. h.

$$\frac{\log_a(u)}{\log_a(v)} = \frac{\log_b(u)}{\log_b(v)}$$ *mit* $u > 0,\ v > 0,\ v \neq 1$. *Beweis: Mathematik-Unterricht (easy)*