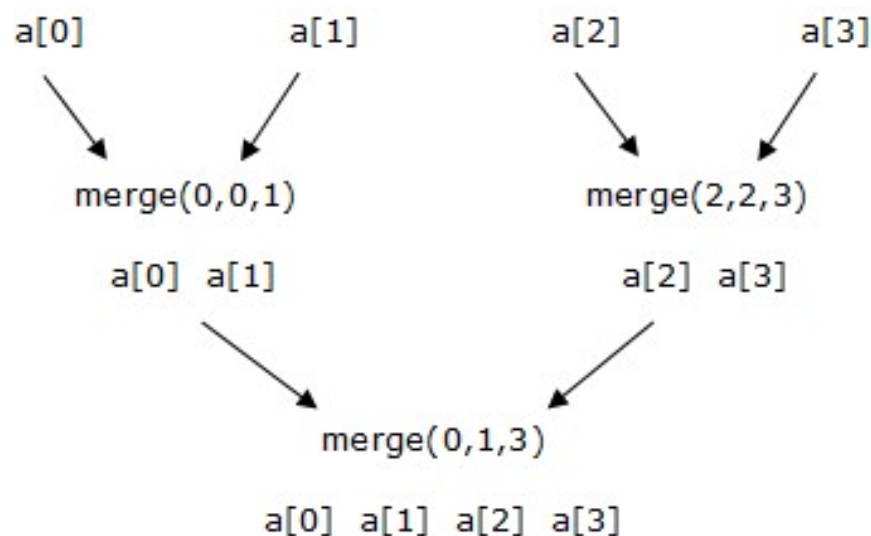


15. MergeSort

In dem paper **MergeSort_final.pdf** (08.03.2021) wurde die Funktion **f(n)** hergeleitet, welche in Abhängigkeit von n die Anzahl der Aufrufe der Funktion **sort** angibt; wegen $f(n) = 2n - 1$ wächst $f(n)$ linear mit n und daher erheblich schwächer als der Aufwand $A(n)$.

Aufgabe: Finde in entsprechender Weise einen Funktionsterm für die Funktion **g(n)**, welche die Anzahl der Aufrufe der Funktion **merge** in Abhängigkeit von n bestimmt.

Hinweis: Auch hier beschränke man sich auf Werte von n , die sich als Zweierpotenz schreiben lassen ($n = 1, 2, 4, 8, \dots$). Fertige für $n = 2$ und $n = 8$ jeweils eine Baumstruktur an gemäß folgendem Beispiel ($n = 4$):



Die Pfeile bedeuten hier: „wird gemischt“; z. B. werden die sortierten Teillisten $\{a[0], a[1]\}$ und $\{a[2], a[3]\}$ vermöge `merge(0,1,3)` zur sortierten Liste $\{a[0], a[1], a[2], a[3]\}$ gemischt.

16. Implementiere in dem in Python geschriebenen Quelltext **mergesort.py** Zählvariablen z und y , welche zur Laufzeit des Algorithmus die Anzahl der Aufrufe der Funktion **sort** und der Funktion **merge** ermitteln; bestätige auf diese Weise die Ergebnisse, die für $f(n)$ und $g(n)$ gefunden wurden.

Bemerkung:

Bei MergeSort hat der Rechenaufwand $A(n)$, um eine Liste mit n Komponenten zu sortieren, wegen $A(n) \sim n \cdot \log_2(n)$ eine linear-logarithmische Komplexität; da die Anzahl der rekursiven Funktionsaufrufe linear mit n wächst, hat der zur Laufzeit des Algorithmus benötigte Speicher lineare Komplexität.