

Rekursionstiefe und Anzahl der Funktionsaufrufe am Beispiel der Hofstadter-Funktion

Quellcode in Python:

```
def hof(x):
    if x == 1:
        return 1
    elif x == 2:
        return 1
    elif x > 2:
        return hof(x - hof(x - 1)) + hof(x - hof(x - 2))

endwert = int(input('Bis zu welchem Wert soll Hofstadter berechnet werden? '))
n = 1
while n <= endwert:
    y = hof(n)
    print('hof(', n, ') =', y)
    n += 1
```

$h(1) = 1$

1 Aufruf Rekursionstiefe = 1

$h(2) = 1$

1 Aufruf Rekursionstiefe = 1

$h(3) = h(3 - h(2)) + h(3 - h(1))$ ← 2-fache Verschachtelung
1 1 1 ← # Aufrufe
= $h(3 - 1) + h(3 - 1)$
= $h(2) + h(2)$ ← # Aufrufe
1 1
= 1 + 1
= 2

5 Aufrufe Rekursionstiefe = 2

$h(4) = h(4 - h(3)) + h(4 - h(2))$ ← # Aufrufe
1 5 1
= $h(4 - 2) + h(3)$
= $h(2) + h(3)$ ← # Aufrufe
1 5

13 Aufrufe insgesamt

= $h(4 - h(3)) + h(4 - h(2))$
= $h(4 - (h(3 - h(2)) + h(3 - h(1)))) + h(3)$
= $h(4 - (h(3 - h(2)) + h(3 - h(1)))) + h(3 - h(2)) + h(3 - h(1))$

3-fache Verschachtelung

= $h(4 - (h(3 - 1) + h(3 - 1))) + h(3 - 1) + h(3 - 1)$
= $h(4 - (h(2) + h(2))) + h(2) + h(2)$
= $h(4 - (1 + 1)) + 1 + 1$
= $h(2) + 1 + 1$
= 1 + 1 + 1
= 3

Rekursionstiefe = 3