

Boolesche Funktionen

a, b, c, d, e seien boolesche Variable, denen vermöge der Abbildungsvorschriften

$$(a, b, c) \rightarrow f(a, b, c) \quad \text{bzw.} \quad (a, b) \rightarrow f(a, b)$$

der boolesche Funktionswert $f(a, b, c)$ bzw. $f(a, b)$ zugeordnet wird.

Mit \hat{a} oder NOT a bezeichnen wir die Negation von a .

1. Negation

a	\hat{a}
0	1
1	0

2. AND (Konjunktion)

$$(a, b) \rightarrow a \text{ AND } b \quad (\text{Vereinbarung: } a \text{ AND } b = a \cdot b = ab)$$

a	b	$a \cdot b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3. OR (Disjunktion)

$$(a, b) \rightarrow a \text{ OR } b \quad (\text{Vereinbarung: } a \text{ OR } b = a + b)$$

a	b	$a + b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

4. XOR (eXclusive OR)

$(a, e) \rightarrow a \text{ XOR } e$ (Vereinbarung: $a \text{ XOR } e = a \oplus e$)

a	e	$a \oplus e$	
0	0	0	
0	1	1	←
1	0	1	←
1	1	0	

Disjunktion der Konjunktionen:

$$a \text{ XOR } e = 0 + \hat{a} \cdot e + a \cdot \hat{e} + 0 = \hat{a} \cdot e + a \cdot \hat{e}$$

5. Gegeben ist die Zuordnung $(a, b, c) \rightarrow f(a, b, c)$ mittels folgender Wertetabelle; ermittle einen möglichst einfachen Funktionsterm:

a	b	c	$f(a, b, c)$	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	1	←
0	1	1	0	
1	0	0	1	←
1	0	1	0	
1	1	0	1	←
1	1	1	0	

Disjunktion der Konjunktionen:

$$\begin{aligned}
 f(a, b, c) &= \text{NOT}a \cdot b \cdot \text{NOT}c + a \cdot \text{NOT}b \cdot \text{NOT}c + a \cdot b \cdot \text{NOT}c \\
 &= [\text{NOT}a \cdot b + a \cdot \text{NOT}b + a \cdot b] \text{NOT}c \\
 &= [\text{NOT}a \cdot b + a \cdot (\text{NOT}b + b)] \text{NOT}c \\
 &= [\text{NOT}a \cdot b + a \cdot 1] \cdot \text{NOT}c \\
 &= [\text{NOT}a \cdot b + a] \cdot \text{NOT}c \\
 &= [a + \text{NOT}a \cdot b] \cdot \text{NOT}c \\
 &= [(a + \text{NOT}a) \cdot (a + b)] \cdot \text{NOT}c \\
 &= [1 \cdot (a+b)] \cdot \text{NOT}c \\
 &= (a+b) \cdot \text{NOT}c
 \end{aligned}$$

Hinweis:

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$a + bc = (a+b) \cdot (a+c)$$